

## CEVAP ANAHTARI

Adı-Soyadı:

12.06.2019

Numarası:

**Fen – Edb. Fak. Mat. Bölümü Mat 204 Analitik Geometri II Bütünleme Sınav Soruları**

1.  $2x^2 - 3xy + y^2 - x - 5 = 0$  koniğinin
  - a) Merkezini bulunuz.
  - b)  $x - y + 1 = 0$  doğrusuna paralel olan çapını bulunuz
  - c) Eksenlerini bulunuz.
  - d) Asimptotlarını bulunuz.
  - e)  $(0, \sqrt{5})$  noktasındaki teğetinin denklemini bulunuz. (30 Puan)
2.  $A = (2)$ ,  $B = (-1)$  ve  $C = (3)$  için  $(BA, C) = ?$  (10 Puan)
3.  $x^2 + 3xy - y^2 - x + 1 = 0$  koniğinin  $P(1,0)$  noktasına göre kutup doğrusunu bulunuz. (15Puan)
4.  $y = -3$  doğrusuna göre yansımanın denklemini yazınız. (15 Puan)
5.  $x^2 - 2y^2 + 3x - z - 1 = 0$  kuadriğine öteleme işlemi uygulayıp çeşidini belirleyiniz. (15 Puan)
6. Aşağıdaki kuadriklerin çeşidini belirleyiniz. (15 Puan)
  - a.  $x^2 + y^2 - 3z = 0$
  - b.  $2x^2 - y^2 - z^2 + 1 = 0$
  - c.  $-3x^2 - y^2 - 2z^2 = 1$

Başarılar

Prof. Dr. Emin KASAP

1-  $\phi(x,y) = 2x^2 - 3xy + y^2 - x - 5 = 0$  konisinin x ve y ye göre kısmi türevleri

$$\begin{cases} \phi_x = 4x - 3y - 1 \\ \phi_y = -3x + 2y \end{cases}$$

dir.

a)  $M(x_0, y_0)$  merkez noktası olmak üzere

$\phi_x|_M = 0$  ve  $\phi_y|_M = 0$  olmalıdır. Buradan,

$$\begin{cases} 4x_0 - 3y_0 - 1 = 0 \\ -3x_0 + 2y_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -2 \\ y_0 = -3 \end{cases}$$

$\Rightarrow M(-2, -3)$  bulunur.

b) Eşlenik doğrultular arasındaki bağıntı

$$m' = -\frac{2A + Bm}{B + 2Cm} \text{ şeklindedir. Hipoteze göre}$$

aranılan çapın eğiminin  $m' = 1$  olması isteniyor. Buna göre

$$1 = -\frac{4 - 3m}{-3 + 2m} \Rightarrow m = 1 \text{ bulunur. Çap denk.}$$

$$\phi_x + m \phi_y = 0$$

$$\Rightarrow 4x - 3y - 1 + 1(-3x + 2y) = 0$$

$$\Rightarrow x - y - 1 = 0 \text{ elde edilir.}$$

c - Asal doğruttular arasındaki bəfinte

$Bm^2 + 2(A-c)m - B = 0$  seklinde dir. Buradan

$$-3m^2 + 2m + 3 = 0$$

veya

$$3m^2 - 2m - 3 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{2 - 2\sqrt{10}}{6} = \frac{1 - \sqrt{10}}{3}$$

$$m_2 = \frac{1 + \sqrt{10}}{3} \text{ bulunur.}$$

$$\underline{\underline{m_1 = \frac{1 - \sqrt{10}}{3} \text{ için}}}$$

$\phi_x + m_1 \phi_y = 0$  denklemin den

$$\Rightarrow 4x - 3y - 1 + \frac{1 - \sqrt{10}}{3} (-3x + 2y) = 0$$

$$\Rightarrow (9 + 3\sqrt{10})x + (-7 - 2\sqrt{10})y - 3 = 0 \text{ dir.}$$

$$\underline{\underline{m_2 = \frac{1 + \sqrt{10}}{3} \text{ için}}}$$

$\phi_x + m_2 \phi_y = 0$  denklemin den

$$\Rightarrow (9 - 3\sqrt{10})x + (-7 - 2\sqrt{10})y - 3 = 0 \text{ dir.}$$

d) Asimptotik doğruttular arasındaki bəfinte

$Cm^2 + Bm + A = 0$  seklinde dir. Buradan,

$$m^2 - 3m + 2 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 = 2, m_2 = 1 \text{ bulunur.}$$

$$\underline{m_1 = 2 \text{ için}}$$

$$\phi_x + m_1 \phi_y = 0 \text{ denkleminde}$$

$$4x - 3y - 1 + 2(-3x + 2y) = 0$$

$$\Rightarrow -2x + y - 1 = 0 \text{ dir.}$$

$$\underline{m_2 = 1 \text{ için}}$$

$$\phi_x + m_2 \phi_y = 0 \text{ denkleminde}$$

$$4x - 3y - 1 + 1(-3x + 2y) = 0$$

$$\Rightarrow x - y - 1 = 0 \text{ dir.}$$

e)  $(0, \sqrt{5}) \in \phi(x, y)$  olduğundan söz konusu noktadaki teğet denklemi

$$2Ax_0 x + B(x_0 y + x y_0) + 2C y_0 y + D(x_0 + x) + E(y_0 + y) + 2F = 0$$

esitliğinden bulunacaktır. Buna göre,

$$-3\sqrt{5}x + 2\sqrt{5}y - x - 10 = 0$$

veya

$$(-3\sqrt{5} - 1)x + 2\sqrt{5}y - 10 = 0$$

bulunur.

$$\begin{aligned}
 2- \quad (BA, C) &= \frac{\overline{CB}}{\overline{CA}} \\
 &= \frac{B-C}{A-C} \\
 &= \frac{-1-3}{2-3} = 4 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

3-  $\Phi(x, y) = 0$  genel konik denkleminin P noktasına göre kutup doğrusunun denklemi

$$\Phi_x|_P \cdot x + \Phi_y|_P \cdot y + DX(P) + EY(P) + 2F = 0$$

dir. Buna göre;

$$\Phi(x, y) = x^2 + 3xy - y^2 - x + 1 = 0 \text{ koniğinin } P(1, 0)$$

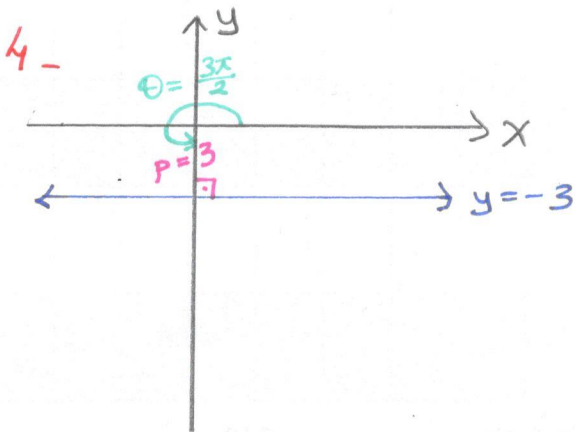
noktasına göre

$$\Phi_x|_P = 2x(P) + 3y(P) - 1 = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 - 1 = 1$$

$$\Phi_y|_P = 3x(P) - 2y(P) = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 = 3$$

olmak üzere

$$x + 3y + 1 = 0 \text{ elde edilir.}$$



$$\left. \begin{aligned}
 \theta &= \frac{3\pi}{2} \\
 p &= 3 \\
 r &= 0
 \end{aligned} \right\}$$

Orjinden geçmeyen doğruya göre yansıma denklemi

$$R \dots \begin{cases} x' = x \cos 2\tau + y \sin 2\tau + 2p \cos \theta \\ y' = x \sin 2\tau - y \cos 2\tau + 2p \sin \theta \end{cases}$$

şeklindedir. Buna göre,  $y = -3$  doğrusu için

$$R \dots \begin{cases} x' = x \cos 0' + y \sin 0' + 2 \cdot 3 \cos \frac{3\pi}{2} \\ y' = x \sin 0' - y \cos 0' + 2 \cdot 3 \sin \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

veya

$$R \dots \begin{cases} x' = x \\ y' = -y - 6 \end{cases}$$

bulunur.

5-  $x^2 - 2y^2 + 3x - z - 1 = 0$  kuadriline

$$\begin{cases} x = x' + h \\ y = y' + k \\ z = z' + m \end{cases} \quad \text{öteleme denklemlerini uygularsak}$$

$$(x' + h)^2 - 2(y' + k)^2 + 3(x' + h) - (z' + m) - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x'^2 - 2y'^2 + (2h + 3)x' - 4ky' - z' + h^2 - 2k^2 + 3h - m - 1 = 0$$

bulunur. Burada,

$$\begin{cases} 2h + 3 = 0 & \Rightarrow h = -3/2 \\ 4k = 0 & \Rightarrow k = 0 \\ h^2 - 2k^2 + 3h - m - 1 = 0 & \Rightarrow m = -\frac{13}{4} \end{cases} \quad \text{dir. 0 halde,}$$

$(-3/2, 0, -13/4)$  öteleme vektörüne göre  
verilen kuadrik

$$x'^2 - 2y'^2 - z' = 0$$

şeklinde elde edilir. Bu bir hiperbolik paraboloiddir.

6- a)  $x^2 + y^2 = 3z \rightarrow$  Eliptik paraboloid

b)  $-\frac{x^2}{\frac{1}{2}} + y^2 + z^2 = 1 \rightarrow$  Tek katlı hiperboloid

c)  $\frac{x^2}{\frac{1}{3}} + y^2 + \frac{z^2}{\frac{1}{2}} = -1 \rightarrow$  Sand elipsoid